L2 – Sociologie - Statistiques
Contrôle 2 - Décembre 2017 - Corrigé

Exercice 1. Le tableau croisé ci-dessous donne les résultats d'une enquête (fictive) effectuée auprès d'un échantillon de Licence de Sociologie, sur leurs préférences en matière de cours. On leur a demandé : "parmi ces quatre matières, lesquelles préférez-vous ?" :

	Garçons	Filles	Σ
Psychologie sociale	50 $62,5$	50 $37,5$	100
Théories sociologiques	110 $84,375$	25 $50,625$	135
Sociologie de l'éducation	40 $40,625$	25 $24,375$	65
Ethno-sociologie	50 $62,5$	50 $37,5$	100
Σ	250	150	400

Peut-on déduire de ces résultats que le sexe de l'étudiant a une influence significative sur le choix des matières ? On trouve $x_{\mathrm{e}} = \sum \frac{\left(n_{i,j} - n_{i,j}^{\mathrm{th}}\right)^2}{n_{i,j}^{\mathrm{th}}} = 34,112$.

a) *Hypothèses.* H_0 : les deux variables sont indépendantes, H_1 : les deux variables sont liées.

b) *Statistique du test.* Sous l'hypothèse nulle, la variable $X = \sum \frac{\left(n_{i,j} - n_{i,j}^{\mathrm{th}}\right)^2}{n_{i,j}}$ suit la loi $\chi^2(3)$.

c) *Région critique.* On prend $\alpha = 0.05$. Sous l'hypothèse nulle, les grandes valeurs de X sont favorables à H_1. Donc $K_\alpha = \{X \geq 7.815\}$.

d) *Décision.* Puisque $x_{\mathrm{e}} \in K_\alpha$, on accepte H_1 : le sexe de l'étudiant a une influence significative dans la préférence de la matière.

Exercice 2. Dans une entreprise, on tente une expérience d'introduction de la musique dans les ateliers pour modifier le rendement. On mesure le rendement d'un échantillon d'ouvriers avant et après cette expérience, ce qui donne le tableau suivant :

AVANT	45	36	47	40	45	35	36	50	50	40	40
APRES	48	40	53	40	46	30	40	60	60	40	40
D	-3	-4	-6	0	-1	5	-4	-10	-10	0	0

Peu-on en conclure que l'introduction de la musique dans cette entreprise améliore significativement le rendement moyen des ouvriers ? On a $m_D^{\mathrm{e}} = -3$ et $s_D^{\mathrm{e}} = 4.306$.

(a) *Hypothèses.* H_0 : les rendements moyens sont les mêmes avant et après; H_1 :les rendements sont supérieurs après.

(b) *Statistitiques.* Sous l'hypothèse nulle :$T = \frac{M_n(D)}{S_n(D)/\sqrt{10}} \hookrightarrow \mathrm{St}(10)$, où $M_n(D)$ et $S_n(D)$ représentent la moyenne et l'écart-type aléatoire de D.

(c) *Région critique.* On prend $\alpha = 0.05$. Les valeurs "très négatives" de D, et donc de T, sont favorables à H_1. Donc $K_\alpha = \{T \leq -1.812\}$.

(d) *Décision.* On a $t_{\mathrm{e}} = -2,203 \in K_\alpha$. On accepte H_1 : l'introduction de la musique dans les ateliers améliore le rendement.

Exercice 3. Une société a deux succursales, situées dans deux villes différentes. On considère un groupe d'employés dans chaque succursale, et dont on compare les salaires bruts :

$[1200, 1700[$	$[1700, 2200[$	$[2200, 2700[$	$[2700, 3200[$	$[3200, 3700[$
4	12	7	9	4
5	8	7	12	3

On admet que les salaires des employés des deux succursales ont le même écart-type.

1. Calculer les moyennes et les écart-types expérimentaux des deux échantillons. On trouve $m_1^{\mathrm{e}} = 2408.33$, $s_1^{\mathrm{e}} = 605.24$, $m_2^{\mathrm{e}} = 2450$, $s_2^{\mathrm{e}} = 609.449$. Et $n_1 = 36$, $n_2 = 35$.
2. Peut-on déduire de ces résultats que les salaires moyens des employés des deux succursales sont significativement différents ? On procède à un test de comparaison bilatéral de moyennes pour deux grands (taille supérieure à 30) échantillons indépendants.
   (a) *Hypothèses.*

   H_0 : les salaires moyens des employés des deux succursales ne sont pas significativement différents.

   H_1 : les salaires moyens des employés des deux succursales sont pas significativement différents.

   (b) *Statistique du test.* On travaille dans le cas $\sigma_1 = \sigma_2$. On a

   $$s = \sqrt{\frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} = 616.06, \; s_{\mathrm{e}} = s\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} = 146.24.$$

   Donc, sous l'hypothèse nulle H_0, on a : $M_{n_1} - M_{n_2} \hookrightarrow \mathcal{N}(0, 146.24)$, où M_{n_1} et M_{n_2} représentent les moyennes aléatoires des salaires des deux succursales.

   (c) *Région critique.* On pose $\alpha = 0.05$. Alors $K_\alpha = \{M_{n_1} - M_{n_2} \leq -286.625\} \cup \{M_{n_1} - M_{n_2} \geq 286.625\}$.

   (d) *Décision.* On a $m_1^{\mathrm{e}} - m_2^{\mathrm{e}} = -41.67 \notin K_\alpha$. Donc, au niveau d'erreur 5%, on conserve l'hypothèse H_0 : les employés des deux succursales ont en moyenne les mêmes salaires.