



UFR SCIENCES HUMAINES - Département de Sociologie

**Année universitaire 2018 - 2019
Session 1 - Mai 2019**

**Licence 1 Sociologie
UE 9 - Statistiques**
Jean-Philippe ROLIN - Guido CARLET - Thierry COMBOT

Durée de l'épreuve : 2 heures

Ce sujet comporte 4 page(s)

NOM, Prénom :

Numéro d'étudiant :

Chaque résultat numérique devra être précédé de la formule utilisée et du début du calcul.

EXERCICE 1. Une étude réalisée en 2016 sur la surface d'occupation des logements donne les résultats suivants :

Taille en m ²	[15,20[[20,25[[25,30[[30,35[[35,40[[40,45[[45,50[[50,55[
Effectifs (n_i)	4	8	13	25	44	40	18	10
Effectifs Cumulés (N_i)	4	12	25	50	94	134	152	162
Fréquences Cumulées en % ($F_i\%$)	2.469	7.407	15.432	30.864	58.024	82.716	93.827	100
Centres de classe (c_i)	17.5	22.5	27.5	32.5	37.5	42.5	47.5	52.5

1.1 Calculer la moyenne, l'écart-type et la médiane de cet échantillon :

$$m(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^8 n_i c_i = \frac{6150}{162} = 37.962 \text{ .}$$

$$\sigma(X) = \sqrt{m(X^2) - m(X)^2} = \sqrt{\frac{1}{162} \sum_{i=1}^8 n_i c_i^2 - m(X)^2} = 7.989 \text{ .}$$

méd(X) : La classe médiane a une fréquence cumulée immédiatement supérieure à 50%, c'est donc la classe [35,40[. On trouve la médiane en résolvant l'équation $\frac{x-35}{50-30.864} = \frac{40-35}{58.024-30.864}$ et donc $x=38.522$.

1.2 Dessiner le polygone des fréquences cumulées, et retrouver graphiquement la valeur de la médiane.

1.3 Quelle est, en pourcentages, la proportion p d'habitants de cet échantillon occupant une surface de plus de 35 m² ?

$$p = \frac{44+40+18+10}{162} \times 100 = 69.136\%$$

EXERCICE 2. L'analyse d'activité de différents conseils de prud'hommes donne le tableau suivant du nombre d'affaires concernant le secteur du commerce parmi toutes les affaires nouvelles reçues en janvier 2000.

VILLES	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
Nombre d'affaires	36	42	39	15	27	31	38	38	33	36	35	57	41	57
Liste ordonnée	15	27	31	33	35	36	36	38	38	39	41	42	57	57

2.1 Calculer le nombre moyen d'affaires traitées en janvier 2000.

$$m(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{14} \times (15+27+\dots+57) = 37.5$$

2.2 Calculer les quartiles et la médiane des résultats ci-dessus (en expliquant votre réponse d'une ligne) L'effectif de l'échantillon est pair, donc la médiane est la moyenne des deux valeurs centrales. Les quartiles sont les médianes des blocs d'effectifs égaux qui partagent l'échantillon, c'est à dire les valeurs situées aux rangs 4 et 11 respectivement. Donc :

$$Q_1 = 33 \qquad \text{med}(X) = \frac{36+38}{2} = 37 \qquad Q_3 = 41$$

2.3 Déterminer l'étendue de cet échantillon.

$$\text{Etendue}(X) = \max(X) - \min(X) = 57 - 15 = 42$$

EXERCICE 3. Une entreprise souhaite faire des prévisions sur son chiffre d'affaires. Ses chiffres d'affaires réalisés depuis 2004 sont donnés (en millions d'euros) dans le tableau suivant.

Année	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Rangs X_i de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffres d'affaires Y_i	16	19	22	23	24	26	27	30

3.1 Dessiner le nuage de points (X_i, Y_i) sur la grille ci-dessous, et calculer son barycentre G .

$$G = (m(X), m(Y)) = (4.5, 23.375)$$

3.2 Déterminer l'équation de la droite de régression de Mayer et dessiner cette droite sur la grille : il s'agit de la droite qui passe par le barycentre $G_1 = (x_1, y_1)$ des quatre premiers points et la barycentre $G_2 = (x_2, y_2)$ des quatre derniers points.

$$G_1 = (2.5, 20) \qquad G_2 = (6.5, 26.75)$$

$$\text{Equation de la droite : } y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 = 1.687(x - 2.5) + 20.0$$

3.3 Calculer les écart-types et les variances des deux variables X et Y :

$$\sigma(X) = 2.291 \quad V(X) = \sigma(X)^2 = 5.25 \quad \sigma(Y) = 4.181 \quad V(Y) = \sigma(Y)^2 = 17.484$$

3.4 Calculer la covariance et le coefficient de corrélation linéaire des deux variables :

$$\text{Cov}(X, Y) = m(XY) - m(X)m(Y) = 9.437 \quad .$$

$$r(X, Y) = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{9.437}{2.291 \times 4.181} = 0.985 \quad .$$

3.5 Déterminer l'équation de la droite de régression $D_{Y/X}$ et de la droite de régression $D_{X/Y}$ et dessiner ces droites sur la grille :

$$\text{Équation de } D_{Y/X} : Y = aX + b, \text{ avec } a = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{V(X)} \text{ et } b = m(Y) - a \cdot m(X) \quad , \text{ donc } Y = 1.796 X + 15.285$$

$$\text{Équation de } D_{X/Y} : X = 0.539 Y - 8.117 \quad .$$

3.6 En utilisant l'équation de la droite $D_{Y/X}$, prévoir le chiffre d'affaires en 2013 (qui est l'année de rang 10). On remplace X par 10 dans l'équation de la droite, et on trouve :

$$10 \times 1.798 + 15.285 = 33.26 \text{ millions} \quad .$$