

Exercice 3, TD3. 1) PIB : $m(X) = 16.091$; $\sigma(X) = 18.603$

PPA : $m(X) = 9.091$; $\sigma(X) = 4.963$

Espérance de vie : $m(X) = 71.818$; $\sigma(X) = 7.420$

2) Couples (PIB, Espérance de vie) (PPA, Espérance de vie).

3) Couple (PIB, Espérance de vie).

$$\begin{aligned}C(X, Y) &= m(XY) - m(X)m(Y) \\&= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - m(X)m(Y) \\&= \frac{1}{11} 13849 - 16.091 \times 71.818 \\&= 103.380\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}r(X, Y) &= \frac{C(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} \\&= \frac{103.380}{18.603 \times 7.420} \\&= 0.749\end{aligned}$$

On en déduit un relation linéaire “pas très forte” en le PIB/hab et l’espérance de vie.

Couple (PPA, Espérance de vie).

$$C(X, Y) = 32.926$$

$$r(X, Y) = 0.894$$

On observe un plus forte relation linéaire pour ce couple.

$$4) 5) m(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^6 n_i c_i = \frac{1}{920} \times 65767.5 = 71.486 .$$

6) Il s’agit de retrouver la valeur de X (le PIB ou le PPA), connaissant la valeur de Y (l’espérance de vie). On travaille avec la droite de régression $D_{X/Y}$.

Couple (PIB, Espérance de Vie). $D_{X/Y}$ a pour équation $X = \hat{a}Y + \hat{b}$, où

$$\hat{a} = \frac{C(X, Y)}{V(Y)}, \quad \hat{b} = m(X) - \hat{a} \cdot m(Y) .$$

$$\hat{a} = \frac{C(X, Y)}{V(Y)} = \frac{103.380}{7.420^2} = 1.878;$$

$$\hat{b} = m(X) - \hat{a}m(Y) = -118.762 .$$

Equation de la droite $D_{X/Y}$: $X = 1.878 \times Y - 118.762$. On pose maintenant $Y = 71.486$, ce qui donne :

$$X = 15.468$$

Ceci est la valeur estimée du PIB en Corée du Nord (à partir de l'espérance de vie).

Couple (PPA, Espérance de Vie) .

$$\hat{a} = \frac{32.926}{7.420^2} = 0.598; \hat{b} = -33.857.$$

Equation de la droite $D_{X/Y}$: $X = 0.598 \times Y - 33.857$.

On pose $Y = 71.486$, ce qui donne :

$$X = 8.892$$

Ceci est la valeur estimée du PPA en Corée du nord (à partir de l'espérance de vie).

Le couple (PPA, Espérance de vie) a un coefficient de corrélation linéaire plus fort que le couple (PIB, Espérance de vie). Donc le resultat obtenu pour ce deuxième couple est plus fiable.