

Exercice 1. Le tableau suivant, réalisé en 2007, représente en fonction de l'âge le nombre de femmes françaises d'un échantillon qui renoncent à sortir de leur domicile en raison de leur sentiment d'insécurité.

Âge (en années)	[15, 30[[30, 45[[45, 60[[60, 75[[75, 90]
Effectifs (n_i)	129	116	131	165	172
Effectifs cumulés (N_i)	129	245	376	541	713

1. Calculer la proportion de femmes de cet échantillon dont l'âge est supérieur ou égal à 45 ans. La taille de l'échantillon est $n = 713$.

$$p = \frac{131 + 165 + 172}{713} = 65.638\%.$$

2. Calculer l'âge médian de cet échantillon. Puisque $\frac{n}{2} = \frac{713}{2} = 356.5$, la classe médiane est $[45, 60[$. On note x l'âge médian, avec $45 \leq x < 60$. On a la relation $\frac{x - 45}{356.5 - 245} = \frac{60 - 45}{376 - 245}$, et donc $\frac{x - 45}{111.5} = \frac{15}{131}$, ce qui donne $x = 111.5 \times \frac{15}{131} + 45 = 57.767$.

Exercice 2. Le tableau suivant représente le pourcentage, en fonction de l'année, du nombre de femmes françaises d'âge compris entre 45 et 60 ans qui renoncent à sortir de leur domicile en raison de leur sentiment d'insécurité.

Année : variable X	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Pourcentage : variable Y	15.7	15.8	15.8	15.6	15.0	15.0	14.1	13.6

1. Dessiner le nuage de points représentant ces données. Voir plus bas.

2. Calculer le barycentre G de ce nuage de points.

$$G = (m(X), m(Y)) = (2013.5, 15.075).$$

3. Déterminer l'équation de la droite de Mayer et dessiner cette droite.

G_1 est le barycentre des 4 premiers points : $G_1 = (x_1, y_1) = (2011.5, 15.725)$; G_2 est le barycentre des 4 derniers points : $G_2 = (x_2, y_2) = (2015.5, 14.425)$. Donc la droite de Mayer a pour équation : $Y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (X - x_1) + y_1 = -0.32499(X - 2011.5) + 15.725$.

4. Calculer la covariance $C(X, Y)$.

$C(X, Y) = m(XY) - m(X)m(Y) = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 X_i Y_i - m(X)m(Y) = -1.637$. On rappelle que la valeur $\sum_{i=1}^8 X_i Y_i$ apparaît dans les résultats de la fonction 2Vars sous la forme $\sum xy$. Et $m(X)$, $m(Y)$ ont déjà été calculés plus haut.

5. Déterminer l'équation de la droite de régression $D_{Y/X}$ et dessiner cette droite.

$$a = \text{Cov}(X, Y), b = m(Y) - am(X), \text{ donc } Y = aX + b = -0.312X + 643.09.$$

6. Utiliser la droite $D_{Y/X}$ pour prédire le pourcentage en 2019.

On met $X = 2019$ dans l'équation de la droite $D_{Y/X}$. $-0.312 \times 2019 + 643.09 = 13.162$.

7. Calculer le coefficient de corrélation linéaire

$r(X, Y) = \text{Cov}(X, Y) / (\sigma(X) \times \sigma(Y)) = -0.917$. On a donc une corrélation linéaire "descendante" forte entre X et Y . On rappelle que les droites de régression et le coefficient de corrélation linéaire s'obtiennent aisément sur les calculatrices.

