

L2 - Psychologie

TD - Corrigé Exercice 3 - TD 8

1. Test de normalité par la méthode de **Shapiro-Wilk**.

Calculs préliminaires : on a $n = 15$ et

$$d_1 = 7, d_2 = 6, d_3 = 5, d_4 = 4, d_5 = 3, d_6 = 1, d_7 = 1, d_8 = 0.$$

Donc $\sum a_i d_i = 8.1249$, $s_e = 2.154$.

(a) *Hypothèses*:

H_0 : le nombre d'erreurs commises par les non-fumeurs pour la tâche IM suit une loi normale

H_1 : ce nombre ne suit pas une loi normale.

(b) *Statistique du test*. Sous l'hypothèse nulle H_0 , la variable $W = \frac{(\sum a_i d_i)^2}{nS^2}$ suit la statistique de Shapiro, où S est l'écart-type aléatoire d'un échantillon de taille n .

(c) *Région critique*. On pose $\alpha = 0.05$. La région critique est de la forme $K_\alpha = \{W \leq 0.882\}$.

(d) *Décision*. On trouve $w_e = \frac{(8.1249)^2}{15 \times 2.154^2} = 0,9485$. Donc, au niveau d'erreur de 5%, on conserve H_0 : la distribution suit une loi normale.

2. Tâche d'identification. Il s'agit de variables quantitatives, pour des échantillons indépendants : on procède donc à un test de **Mann-Whitney**.

1. *Hypothèses*:

H_0 : il n'y a pas de différence dans la tâche d'identification entre fumeurs et non fumeurs.

H_1 : il y a une différence significative.

2. *Statistiques du test*. Si on note R_1 la somme des rangs occupés par les fumeurs, et R_2 la somme des rangs occupés par les non-fumeurs, et $U_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$, $U_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2+1)}{2}$, alors, sous l'hypothèse nulle H_0 , on a :

$$U = \min(U_1, U_2) \leftrightarrow \mathcal{N}\left(\frac{15^2}{2}, \sqrt{\frac{15^2 \times 31}{12}}\right), \text{ c'est-à-dire}$$

$$U = \min(U_1, U_2) \leftrightarrow \mathcal{N}(112.5, 24.11).$$

3. *Région critique*. On pose $\alpha = 0.05$. Alors $K_\alpha = \{U \leq 72.84\}$.

4. *Décision*. Après rangement des données, on obtient :

$$R_1^e = 234, R_2^e = 231, U_1^e = 114 \text{ et } U_2^e = 111.$$

Donc $\min(U_1^e, U_2^e) = 111 \notin K_\alpha$, et on conserve H_0 : il n'y a pas de différence significative entre les deux distributions.

3. Tâche cognitive. On travaille à nouveau avec des variables quantitatives et des échantillons indépendants, donc on procède à un test de **Mann-Whitney**.

1. *Hypothèses*:

H_0 : il n'y a pas de différences significatives de performance entre les deux groupes dans la tâche cognitive.

H_1 : il y a une différence significative entre les deux groupes.

2. *Statistique du test.* Si on note R_1 la somme des rangs occupés par les fumeurs, et R_2 la somme des rangs occupés par les non-fumeurs, et $U_1 = R_1 - \frac{n_1(n_1+1)}{2}$, $U_2 = R_2 - \frac{n_2(n_2+1)}{2}$, alors, sous l'hypothèse nulle H_0 , on a :

$$U = \min(U_1, U_2) \hookrightarrow \mathcal{N}(112.5, 24.11).$$

3. *Région critique.* On pose $\alpha = 0.05$. Comme précédemment, $K_\alpha = \{U \leq 72.84\}$.
 4. *Décision.* Après rangement, on obtient :

$$R_1^e = 302.5, R_2^e = 162.5, U_1^e = 182.5, U_2^e = 42.5.$$

Donc $U_e = \min(U_1^e, U_2^e) = 42.5 \in K_\alpha$: on admet l'hypothèse H_1 , qui affirme qu'il y a une différence significative entre les performances des fumeurs et celles de non fumeurs pour la tâche cognitive.

4. Comparaison des résultats des conditions pour le groupe de fumeurs. On travaille avec des variables quantitatives, pour des échantillons appariés, donc on procède à un test de *Wilcoxon*. On introduit la variable $D =$ tâche IM – tâche CO.

1. *Hypothèses.*

H_0 : les fumeurs commettent le même nombre d'erreurs pour les deux tâches.

H_1 : le nombre d'erreurs commises par les fumeurs pour les deux tâches est significativement différent.

2. *Statistique du test.* On note $W = \min(\Sigma^+, \Sigma^-)$, où Σ^+ et Σ^- sont respectivement la somme des rangs des valeurs absolues des valeurs de D non nulles correspondant à des valeurs positives et négatives de D . Alors, sous l'hypothèse nulle, W suit la loi de Wilcoxon.
 3. *Région critique.* On pose $\alpha = 0.05$. On a $n' = 15$. Donc $K_\alpha = \{W \leq 25\}$.
 4. *Décision du test.* On a $w_e = \min(\Sigma^+, \Sigma^-) = \min(0, 120) = 0 \in K_\alpha$. Donc on accepte H_1 , que le nombre d'erreurs commises par les fumeurs entre les deux tâches est différent.