

L1 - Math11 - TD6 - Primitives

Changements de variables, intégration par parties, maniement du trinôme

Exercice 1 (changement de variables). Calculer les primitives suivantes :

$$\int x\sqrt{5+x^2}dx, \quad \int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx, \quad \int \frac{e^{-1/x}}{x^2}dx, \quad \int \frac{\ln^3(x)}{x}dx, \quad \int \frac{e^{\tan x}}{\cos^2(x)}dx, \quad \int \frac{1-2x}{\sqrt{1-x^2}}dx, \quad \int \frac{1}{x\sqrt{\ln(\frac{1}{x})}}dx, \quad \int \cos^3(x)dx.$$

Exercice 2 (intégration par parties). Calculer les primitives suivantes :

$$\int \frac{\ln(\ln(x))}{x}dx, \quad \int x^2e^x dx, \quad \int x^2 \cos x dx, \quad \int \frac{x \arcsin(x)}{\sqrt{1-x^2}}dx.$$

Pour la dernière, on rappelle que $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Exercice 3 (Maniement du trinôme $ax^2 + bx + c$). 1. Soit $f : x \mapsto \frac{2x+3}{x^2+x-6}$.

- Montrer que $x^2 + x - 6$ a deux racines réelles distinctes α et β .
- Montrer que $f(x) = \frac{A}{x-\alpha} + \frac{B}{x-\beta}$.
- En déduire les primitives de f .

2. Soit $g : x \mapsto \frac{x-1}{x^2+x+1}$.

- Montrer que $x^2 + x + 1$ n'a pas de racines réelles.
- Montrer qu'on peut écrire $g(x) = A \frac{2x+1}{x^2+x+1} + \frac{B}{x^2+x+1}$.
- Mettre le trinôme $x^2 + x + 1$ sous forme canonique.
- En déduire les primitives de g .

3. Soit $h : x \mapsto \frac{1}{(x^2-x+1)^2}$.

- Mettre le trinôme $x^2 - x + 1$ sous forme canonique.
- En déduire les primitives de h .