

TD - Limites

Exercice 1. Calculer (si elles existent) les limites suivantes ($n \in \mathbb{N}$) :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2}-1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x^2-3x+2}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+5}-\sqrt{x-3}), \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2(x)}{1+\cos x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x^2}-1}{x^2}$$
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2+2|x|}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^n-1} \quad (\text{où } n \in \mathbb{N}).$$

Exercice 2. Etudier les limites quand x tend vers $+\infty$ des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x}, \quad g(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x}.$$

Exercice 3. Etudier les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin(x), \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} \sin(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x \cos\left(\frac{1}{x}\right), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \cos(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x}\right).$$

Exercice 4. Etudier les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x}), \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \cos x}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x} + \sin(x)}{\ln(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \ln(1+2x)}{2 \sin x (\cos(3x) - 1)}.$$