

# L1 – Math1A

## TD – Fonctions réelles, propriétés générales

**Exercice 1.** Déterminer le domaine de définition des fonctions  $x \mapsto f(x)$  où  $f(x)$  est définie par les formules suivantes :

$$e^x - x^2, \quad \frac{\ln(x)}{x^2 + 5x + 7}, \quad \frac{e^x}{x^2 + 1}, \quad \sqrt{x^2 + x + 1}, \quad x^{1/x}$$
$$\sqrt{x^2}, \quad (\sqrt{x})^2, \quad \frac{1}{x^x}, \quad \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}, \quad \ln(e^x), \quad e^{\ln(x)}, \quad \ln(|x|)$$
$$\left(\frac{x^2 - 2x}{x^2 + 4x + 3}\right)^\alpha \text{ où } \alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \quad \ln(\ln(\ln(x))), \quad \sqrt{3 - \log_2(x + 5)}.$$

**Exercice 2.** Parmi les fonctions  $x \mapsto f(x)$  où  $f(x)$  est définie par l'une des formules suivantes, déterminer celles qui sont paires ou impaires :

$$x^2 - 1 + \sin^2(x), \quad \frac{\tan(x) - x}{x^3 \cos x}, \quad \frac{\sin^2(2x) - \cos(3x)}{\tan(x)}, \quad \frac{x - 1}{\sin(x + 1)} + \cos(x).$$

**Exercice 3.** On considère la fonction  $f: x \mapsto \cos(3x + 1) + 2$ .

1. Déterminer la (plus petite) période de  $f$ .
2. Réduire au maximum l'intervalle d'étude de la fonction  $f$ , en utilisant les symétries du graphe de  $f$ .

**Exercice 4.** Déterminer la (plus petite) période des fonctions  $x \mapsto f(x)$  où  $f(x)$  est définie par l'une des formules suivantes :

$$\cos(3x), \quad \sqrt{\tan(x)}, \quad \cos^4(8x), \quad |\cos(5x)|, \quad \cos(3x) + \sin(2x), \quad \cos(5x) \sin(3x), \quad \cos(3x) \sin(3x).$$

**Exercice 5.** Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par  $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 8} - \sqrt{x^2 - 1}$ .

1. Déterminer le domaine de définition  $\mathcal{D}_f$  de  $f$ .
2. Etudier le signe de  $f(x)$  pour  $x \in \mathcal{D}_f$ .