

MATH1A - EXAMEN (2h)

Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.

I (10 pts)

On considère la fonction $f : x \mapsto \exp\left(\frac{1}{x^2}\right) \sqrt{x^2 + 4}$.

1. **(1 pt)** Donner le domaine de définition de f .
2. **(1 pt)** Etudier la parité de f .
3. **(2 pts)** Calculer la dérivée de f .
4. **(2 pts)** Etudier les variations de f (on pourra réduire le domaine d'étude en utilisant les symétries éventuelles du graphe Γ_f de f).
5. **(2 pts)** Calculer le développement généralisé de $f(x)$ en $+\infty$ à l'ordre 1.
6. **(2 pts)** En déduire l'équation d'une droite asymptote à Γ_f au voisinage de $+\infty$, et la position de Γ_f par rapport à cette asymptote.

II (6 pts)

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x + 3}{x^2 + 2x + 2}$.

1. **(2 pts)** Calculer le développement limité de f en 0 à l'ordre 2.
2. **(3 pts)** Calculer les primitives de f .
3. **(1 pt)** En déduire la surface $S = \int_0^1 f(x) dx$.

III (5 pts)

1. **(2 pts)** Calculer les primitives de $x \mapsto \cos^2(x)$ (on pourra linéariser l'expression, ou exprimer $\cos(x)$ à l'aide d'une exponentielle complexe).
2. **(3 pts)** En déduire les primitives de $x \mapsto x \cos^2(x)$ (on pourra procéder par une intégration par parties).