

MATH1A - EXAMEN DE RATRAPAGE (2h)

*Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.*

**I (10 pts)**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \exp\left(\frac{1}{x^2 + 1}\right) \sqrt{x^2 + 1}$ .

1. **(1 pt)** Donner le domaine de définition de  $f$ .
2. **(1 pt)** Etudier la parité de  $f$ .
3. **(2 pts)** Calculer la dérivée de  $f$ .
4. **(2 pts)** Etudier les variations de  $f$  (on pourra réduire le domaine d'étude en utilisant les symétries éventuelles du graphe  $\Gamma_f$  de  $f$ ).
5. **(2 pts)** Calculer le développement généralisé de  $f(x)$  en  $+\infty$  à l'ordre 1.
6. **(2 pts)** En déduire l'équation d'une droite asymptote à  $\Gamma_f$  au voisinage de  $+\infty$ , et la position de  $\Gamma_f$  par rapport à cette asymptote.

**II (6 pts)**

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{x - 1}{x^2 + x + 1}$ .

1. **(2 pts)** Calculer le développement limité de  $f$  en 0 à l'ordre 2.
2. **(3 pts)** Calculer les primitives de  $f$ .
3. **(1 pt)** En déduire la surface  $S = \int_0^1 f(x) dx$ .

**III (4 pts)**

1. **(2 pts)** Calculer les primitives de  $f : x \mapsto \cos(x) \cos(2x)$ .
2. **(2 pts)** Calculer les primitives de  $g : x \mapsto \sin(x) f(x)$ .