

EXAMEN

I (8 pts)

On considère la fonction

$$f : x \mapsto (1 + x^2)^{\frac{1}{x^2 + \exp(x) - 1}} .$$

1. (**2 pts**) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 2 en 0 de $g(x) = x^2 + \exp(x) - 1$.
2. (**2 pts**) Calculer le développement limité en 0 à l'ordre 3 de $h(x) = \ln(1 + x^2)$.
3. (**2 pts**) En déduire le développement limité de $f(x)$ en 0 à l'ordre 2.
4. (**2 pts**) Déduire de ce développement l'équation de la tangente au graphe de f au point d'abscisse 0 et la position du graphe de f par rapport cette tangente.

II (8 pts)

On considère la fonction $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ définie par

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1},$$

1. (**2 pts**) Calculer le développement limité asymptotique de f à l'ordre 2 en $+\infty$.
2. (**2 pts**) En déduire l'équation de l'asymptote au graphe de f en $+\infty$ et la position de ce graphe par rapport à l'asymptote.
3. (**2 pts**) Déterminer les primitives de f . On note g la primitive de f qui s'annule en 0.
4. (**2 pts**) Déterminer les primitives de g .

III (4 pts)

Déterminer les primitives de $f : t \mapsto \cos^3 t$.